§3.4 Cramer 法则

高等代数 https://gdfzu.club

Cramer 法则

定理 1

设 $AX=b$ 是一个线性方程组，其中 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是 n 阶方阵、$b=(b_j)_{n\times 1}$。若该方程组的系数矩阵行列式 $\det A$ 不为 0，则方程组有唯一解：

$$x_j=\frac{\det D_j}{\det A},\ j=1,\dots,n,$$

其中 $\det D_j$ 是一个 n 阶行列式，它是将 $\det A$ 第 j 列换成由方程组常数项 $b_1,\dots,b_n$ 组成的列得到的行列式，即

$$\det D_j=\begin{vmatrix} \cdots & a_{1,j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots \\ \cdots & a_{2,j-1} & b_2 & a_{2,j+1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & a_{n,j-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots \end{vmatrix}.$$

Cramer 法则应用举例

例 1

证明：坐标平面中任意 $n+1$ 个横坐标两两不同的点可以唯一确定一个次数不超过 n 的多项式函数。

Cramer 法则应用举例

例 1

证明：坐标平面中任意 $n+1$ 个横坐标两两不同的点可以唯一确定一个次数不超过 n 的多项式函数。

例 2

证明：过平面上不共线的 3 点 $P_i(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$ 的圆方程为

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$